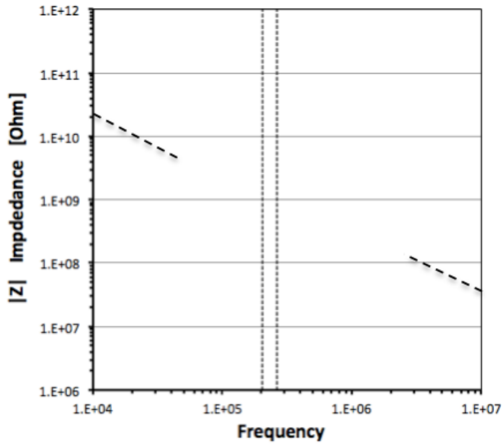
Chapitre 9 – Exercices et questions

Exercice 9.1 Oscillateur piézoélectrique

A) Dessiner le schéma électrique équivalent d'un oscillateur piézoélectrique (en justifiant le choix de éléments par l'utilisation des équations mécaniques et électriques).

B) On identifie deux fréquences de résonance : série et parallèle. A quoi se rapporte la résonnance en série ? Compléter le graphe d'impédance ci-dessus (indiquer f_s et f_p)



Exercice 9.2 Microbalance à quartz résonnant (QCM)

A) Un disque pour un microbalance à quartz a une épaisseur de 0.1 mm et une fréquence propre f_0 = 10 MHz. Calculer la fréquence f_1 mesurée si on dépose une couche de Nickel d'une épaisseur de 10 nm.

Proposer une solution simple pour mesurer une variation de fréquence. Si vous avez à mesurer un changement de quelques kHz sur un signal de 10 MHz, comment vous-y prenez-vous? quels instrument de mesure ou quel circuit ?

B) Estimez l'épaisseur minimum de couche que vous pourriez mesurer

Paramètres physiques:

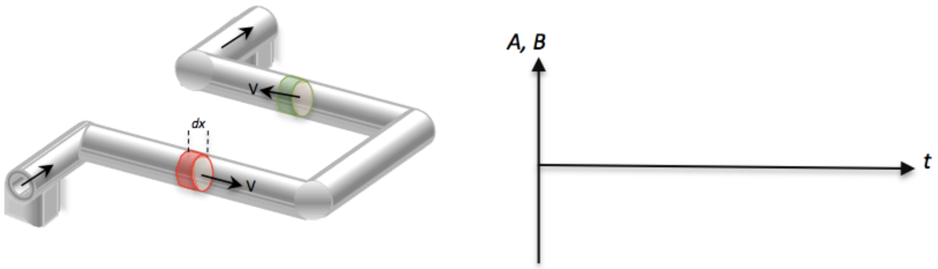
Densité du nickel:	*8.9 * 10^3 kg/m^3*
Module de cisaillement du quartz G:	*2.94 * 10^{10} Pa*
Densité du quartz:	*2.6 * 10^3 Kg/m^3*
Surface du capteur:	*20 mm^2*

Équations utiles :

$$2\pi f_0 = \sqrt{\frac{G}{\rho_Q \cdot t}} \qquad \Delta f = -\Delta m \cdot \frac{2 f_0^2}{A\sqrt{\rho_Q G}}$$

Exercice 9.3 Capteur de débit Coriolis

A) Expliquer le mode de fonctionnement du capteur de débit Coriolis. Compléter le schéma ci-dessous : montrer le mode de vibration principal, placer les deux capteurs de détection du mouvement, dessiner la réponse (temporelle) des capteurs A et B dans deux cas :
   1) sans débit de liquide dans le tuyau, puis 2) avec débit



B) Pourquoi dit-on que c'est un capteur de débit « massique » ?

C) Quelle est la force moyenne de Coriolis sur un bras (tube perpendiculaire au flux) pour : un flux d'eau de 60 litres par minute, un bras de longueur 10 cm, une fréquence d'oscillation de 1 kHz, et une amplitude max de 50 µm ?

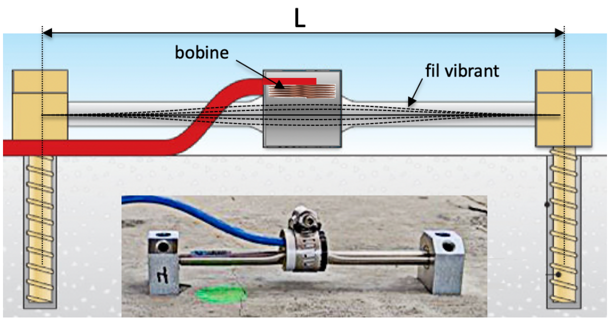
D) Comment peut-on mesurer la densité du liquide avec un capteur Coriolis ?

Exercice 9.4 Jauges de déformation métalliques

Un capteur de déformation à fil vibrant est placé sur la structure d'un pont en béton (image ci-dessous). La fréquence propre f_0 du fil, pré-tendu par une force de traction F_0 dans le tube du capteur, est donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_0}{A \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{1}{4L^2\rho}\frac{F_0}{A}}$$

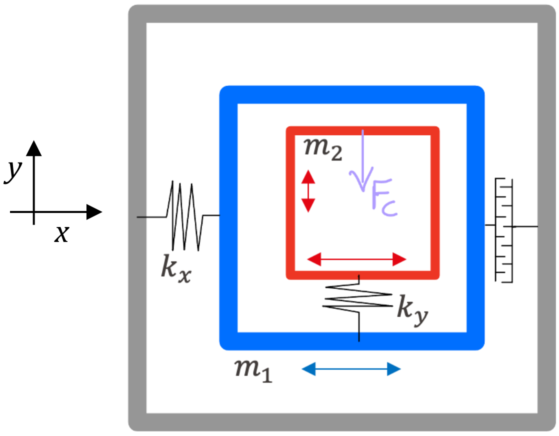
F, L et A: tension , longueur et section du fil
ρ : densité du fil
f_0 = 1.000 kHz L = 100 mm E_{fil} = 210 GPa
ρ_{fil} = 7800 kg/m³ $\alpha_{fil} = 11\text{x}10^{-6}$ /°C $\alpha_{beton} = 10\text{x}10^{-6}$ /°C



Calculer :
1. La fréquence du capteur après une déformation du béton de 0.01%
2. L'erreur relative induite par une augmentation de température de 30°C

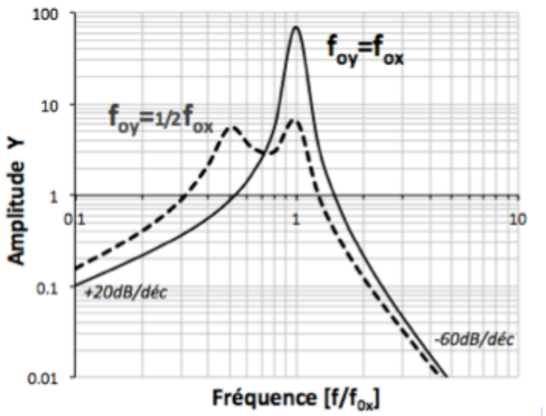
Exercice 9.5 Gyromètre oscillant

A) Le schéma ci-dessous montre schématiquement une configuration possible de gyromètre oscillant. Montrer le mode d'actuation, le mode de détection et la direction du vecteur de rotation angulaire mesuré.



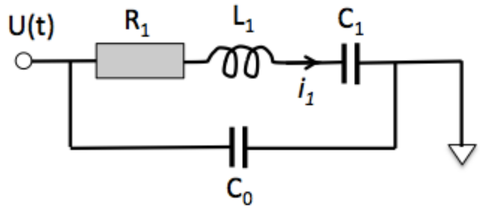
B) Quelle est la condition mécanique sur k_x , m_1, k_y et m_2 pour que la sensibilité du gyromètre soit maximale ?

C) La fonction de transfert typique d'une structure de gyromètre oscillant est donnée ci-dessous. Cette fonction de transfert est la combinaison des réponses des deux modes (excitation et détection). Expliquer les différences entre la courbe continue et la courbe en pointillés. Dans ce deuxième cas, quelle serait la fréquence de drive idéale ?



Exercice 9.1 Corrigé:

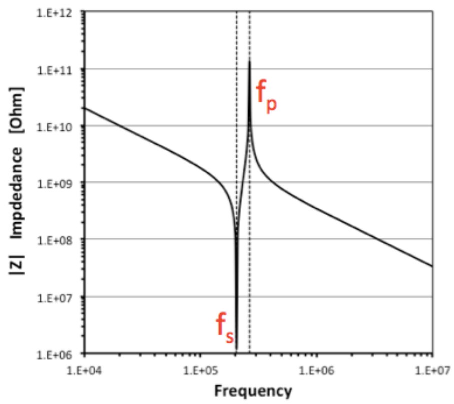
A) *Le système piézoélectrique est représenté par un système masse-ressort-amortisseur et un élément diélectrique (capacité).*
Par l'équivalent force-tension, on peut représenter le système électromécanique complet sous la forme de deux impédances en parallèle : a) branche mécanique, RLC équivalent mécanique et b) branche électrique, avec la vraie capacité électrique de l'élément mécanique. Le facteur de conversion électromécanique est donné par le coefficient piézoélectrique d_{ij} du mode concerné.



$$F_j = \frac{C_0 \cdot V_i}{d_{ij}} \qquad \eta = \frac{C_0}{d_{ij}}$$

$$\begin{aligned} V &= (1/\eta)\cdot F \\ C^* &= (1/\eta)\cdot 1/k \\ L^* &= (1/\eta)\cdot M \\ R^* &= (1/\eta)\cdot \lambda \\ C_0 &= C_0 \end{aligned}$$

B) *La résonance série représente la résonance mécanique, à la fréquence f_s ou la magnitude de l'impédance est minimale (donc le plus de courant pour une tension donné, ou, dans le domaine mécanique, le plus de déplacement pour une force donnée). Si le résonateur est mis dans un circuit de contre réaction, il se mettra en oscillation à f_s.*
A la fréquence propre parallèle f_p, l'amplitude de mouvement est minimale, car tout le courant passe dans la « vrai » capacité C_0.



$$f_s = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

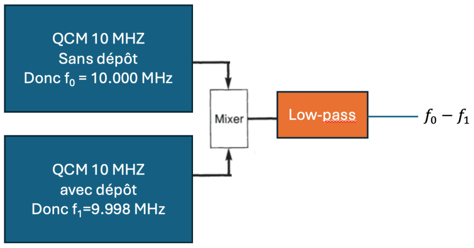
Exercice 9.2 Corrigé:

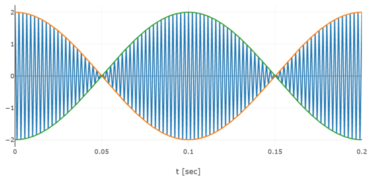
Le QCM (Quartz Crystal Microbalance) est constitué d'un élément piézoélectrique (plaque mince) qui est mis en résonance en mode de cisaillement. Lorsqu'une couche mince de matière se dépose sur la surface, la masse (épaisseur), la rigidité (contribution de la couche mince) et éventuellement le facteur d'amortissement vont varier et donc modifier la courbe de résonance. Si on néglige les effets de contribution à la rigidité et à l'amortissement, on peut lier la variation relative de fréquence à une variation relative de masse utilisant l'équation de Sauerbrey (voir cours)

A) *Δf=-2.03 kHz*

B) *Si on cherche à mesure simplement avec un oscilloscope, il sera très difficile de distinguer 10.000 MHz de 9.998 MHz, car la période passe de 100 ns à 100.02 ns.*

Une solution : On peut par exemple exploiter le battement entre la fréquence mesurée et la fréquence d'un oscillateur de référence qui est à f_0.





ici on voit 2 fréquences : $2f_0$ et Δf

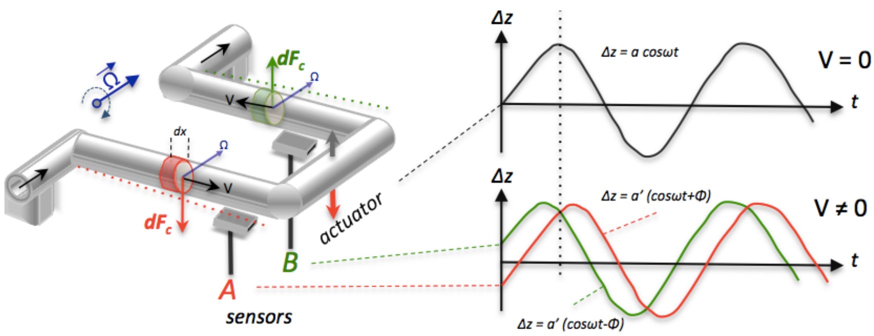
La fréquence de battement peut être mesurée en multipliant la fréquence de résonance du quartz microbalance f_0-Δf avec la fréquence de référence f_0. Après filtrage passe bas, on obtient un signal dont la fréquence vaut $(f_0 - \Delta f) - f_0 = \Delta f$
Facile de mesurer un signal à 2 kHz ! et d'être précis à environ 1 Hz sur cette fréquence.

Ceci nous permettrait, sur 1 s, de mesurer environ 1 Hz sur 10 MHz

C) Si on prend 1 *Hz, alors* $\Delta t_{min} = \frac{1}{A \cdot \rho_{dépot}} \frac{\Delta f_{min}}{f_0} \cdot A\, t_q \rho_{Quartz} = \frac{\Delta f_{min}}{f_0} t_q \frac{\rho_{Quartz}}{\rho_{dépot}}$ *= 3 pm*

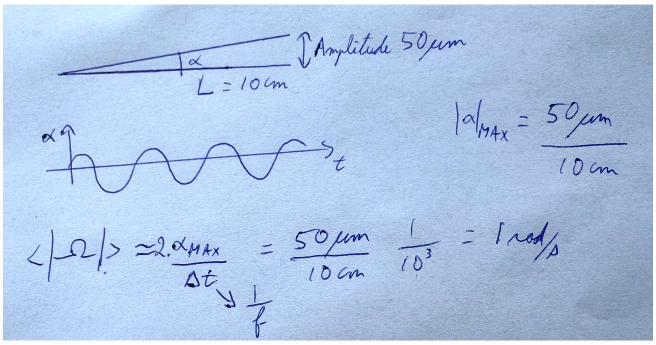
Exercice 9.3 Corrigé:

A) *Un actionneur placé en bout de la boucle fait vibrer la boucle de haut en bas. La composante de rotation induit une force de Coriolis sur les éléments de la boucle perpendiculaires à l'axe de rotation (le tuyau fixe). La force de Coriolis est verticale dans les deux segments, mais de sens inverse car le déplacement du liquide va en sens inverse.*
Ceci provoque un mouvement de distorsion entre les deux branches, qui vibrent avec un déphasage.



B) *La force de Coriolis est proportionnelle au produit (vitesse angulaire * vitesse linéaire * masse). Le produit (vitesse linéaire * masse) est le débit massique*

C) $F_c = 2\dot{M}\,\Omega\,L$
$\dot{M}$= 1 kg/s. L=0.1 m.



Ω_{moyen} ≈2. (50μm/10cm) / 1ms = 1 rad/s.   donc $F_C = 0.1$ N

D) *La fréquence de résonnance dépend de sa masse bras (tube) + la masse du fluide à l'intérieur. Si la densité du fluide change, la masse totale en mouvement change, et donc aussi la fréquence de résonance.*

Exercice 9.4 Corrigé:

Variation de force sur le fil: $\Delta F = (F - F_0) = 4L^2 A\rho\left(f^2 - {f_0}^2\right)$

En utilisant la loi de Hooke $\left(\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA}\right)$ *pour la déformation du fil, on obtient:*

$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta F}{EA} = \frac{4L^2\rho}{E}\left({f_m}^2 - {f_0}^2\right)$ *et* $f_m = \sqrt{\frac{\Delta\varepsilon \cdot E}{4L^2\rho} + {f_0}^2}$

Fréquence du fil après déformation de 0.01%: 1033 Hz. (3% de changement de fréquence pour 0.01% de déformation relative)

Est-ce que l'allongement du fil de 0.01% fait baisser la fréquence ? oui, mais de très peu : l'allongement du fil de L.10^{-4} donne un changement de de fréquence de -0.1 Hz, que nous pouvons ignorer comparé au changement de fréquence due à au changement de force.

Erreur thermique: la différence de dilatation induit une déformation relative. Pour les petites déformations, on peut approximer : $\Delta\varepsilon_{thermique} = \Delta T\left(\alpha_{béton} - \alpha_{fil}\right)$*= -30. 10^{-6}*

Fréquence du fil après augmentation de température de 30°C

$f_m = \sqrt{\frac{\Delta\varepsilon \cdot E}{4L^2\rho} + {f_0}^2}$ *avec* f_0 *=1000 Hz,* $f_{thermique}$ *= 989.9 Hz*

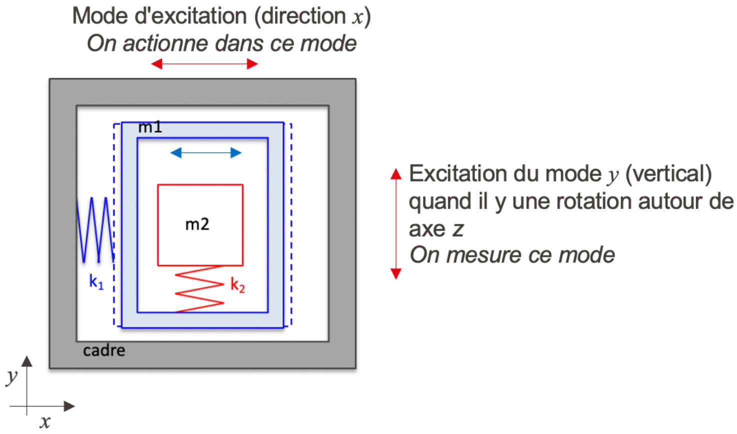
$f_m = \sqrt{\frac{\Delta\varepsilon \cdot E}{4L^2\rho} + {f_0}^2}$ *avec* f_0 *=1033 Hz,* $f_{thermique}$*= 1023 Hz*

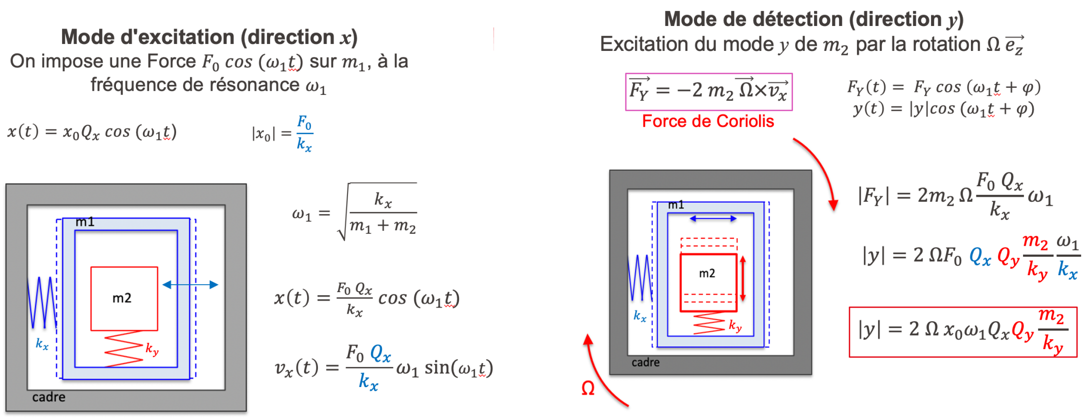
Erreur relative thermique: 1% en fréquence (donc 0.003% en déformation relative)

Exercice 9.5 Corrigé:

A) *Voir les notes de cours (résumé ici)*

On choisit soit la direction *x* soit *y* comme mode d'excitation (en classe, nous avions choisi *x*). L'autre direction (*y*) est le mode de détection de la force de Coriolis due à la rotation autour de l'axe *z*.





B) *Pour avoir une sensibilité maximale (déplacement maximum en y), on souhaite avoir des fréquences propres identiques du mode x (excitation) et du mode y (réponse à la rotation)*

$$\omega_{0,x} = \sqrt{\frac{k_x}{m_2+m_1}} \qquad \omega_{0,y} = \sqrt{\frac{k_y}{m_2}} \qquad \text{donc :} \qquad k_y = k_x\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

Car en mode x, la masse qui bouge est m_1+m_2. Mais en mode y, la masse est seulement m_2. Dans ce cas, la sensibilité du gyromètre, lorsqu'il est actionné à la fréquence propre (même dans les 2 axes est :

$$|y| = 2\Omega\frac{x_0 Q_x\,Q_y}{\omega_1}$$

C) *La courbe continue montre la sensibilité du gyromètre en fonction de la fréquence d'excitation lorsque les deux modes x et y ont la même fréquence propre. Dans ce cas, la sensibilité est maximale à cette fréquence propre.*
La courbe en pointillé est celle d'un gyromètre dont les deux modes n'ont pas la même fréquence propre. Dans ce cas, il y a deux fréquences d'excitation pour lesquelles la sensibilité est maximale, mais la sensibilité max est moins grande que lorsque les fréquences sont identiques. Cette configuration est intéressante dans la pratique car on peut choisir une fréquence d'excitation située entre les deux fréquences propres. Un avantage pourrait être une meilleure stabilité de la sensibilité car on est moins sensible à l'accord précis des fréquences propres des deux modes.